

CONTROLADOR PREDICTIVO EXPLÍCITO DE UN EVAPORADOR

Viviana Miranda y César de Prada

Depto. de Sistemas y Automática, Universidad de Valladolid, c/ Real de Burgos, s/n, 47011 Valladolid, España
Tlf: +34 983 423164, fax: +34 983 423161, vmiranda@autom.uva.es

Resumen

Este trabajo describe la aplicación de un esquema de control predictivo explícito basado en programación multiparamétrica aplicado al simulador de un evaporador usado en la industria azucarera, con el objetivo de evaluar la viabilidad de su implementación en un proceso industrial. El simulador del evaporador fue desarrollado en EcosimPro, con uso de Ecodiagram. El controlador explícito se sintetiza a partir del espacio de parámetros factible, particionado en regiones con ganancias afines (PWA). Para cada uno de estos se obtiene una ley de control lineal (PWL) óptima basado en control óptimo finito y se evalúa el efecto de los parámetros de sintonización. Para diseñar el controlador se desarrolló una librería de programación multiparamétrica en EcosimPro, EcoMPT. Finalmente, en el controlador explícito desarrollado se analiza, la eficiencia, complejidad computacional y rechazo de perturbaciones.

Palabras Clave: Evaporador, Control Predictivo Explícito, Programación Multiparamétrica, PWA, PWL, CFTOC.

1 INTRODUCCION

El control predictivo basado en modelos (Model Predictive Control, MPC) es quizás la forma más general de formular el problema de control en el dominio del tiempo [1]. El control predictivo integra control óptimo, control de procesos con tiempos muertos, procesos multivariados, y utiliza las referencias futuras cuando están disponibles. Al utilizar esta estrategia de control con horizonte finito permite además, la consideración de restricciones y procesos no lineales [5].

El control predictivo basado en modelos puede ser implementado eficientemente en términos de un PWA continuo sin realizar optimización en tiempo real. Se puede obtener soluciones exactas a los

programas cuadrático y/o lineal multiparamétricos (mp QP y mp LP) y estos se pueden encontrar, usando algoritmos fuera de línea, con cálculo explícito la ley de control feedback lineal restringidos linealmente (PWL), lo que facilita su implementación en tiempo real [3].

Además, las herramientas basadas en métodos avanzados de optimización como programación multiparamétrica pueden usarse en la resolución de problemas de control híbrido mediante el apropiado uso de la programación mixta entera. El control híbrido es uno de los principales tópicos actuales en teoría de control y permite diseñar controladores para diferentes sistemas híbridos [7].

En este trabajo se presenta un simulador de un evaporador desarrollado en EcosimPro, cuyo objetivo es facilitar la evaluación de un algoritmo de control predictivo explícito en un proceso de comportamiento no lineal. El trabajo se inicia con la descripción del proceso, del modelo y del simulador. A continuación se presentan resultados del simulador en lazo abierto. Finalmente, se estudia el comportamiento del controlador predictivo explícito de la concentración del evaporador en estudio.

2 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO

El proceso global de producción de azúcar consta básicamente de cuatro operaciones, difusión, depuración, evaporación y cristalización. Las etapas de Evaporación y Cristalización constituyen la sección final, cuyo objetivo conjunto es eliminar el agua del jugo y obtener cristales de azúcar.

Los objetivos de la evaporación son incrementar el contenido de sólidos solubles (brix) y generar vapor para ser utilizado en la cristalización. Para la evaporación, la unidad industrial corresponde a un evaporador de múltiple efecto, un diagrama de uno de estos efectos se ilustra en la figura 1.

2.1 Descripción del sistema

El jugo purificado (12 a 15 %) se vaporiza en forma continua en una estación de evaporación de varias etapas (figura 2) hasta conseguir un contenido de materia seca del 60 al 70 %; (estos vahos son aire saturado de vapor de agua, que escapa durante la evaporación del jugo purificado). En la estación de cocción, el jugo es concentrado, sometido a un vacío de aproximadamente el 80 %. Gracias a la escasa presión se tiene una temperatura reducida, con lo que se impide caramelización.

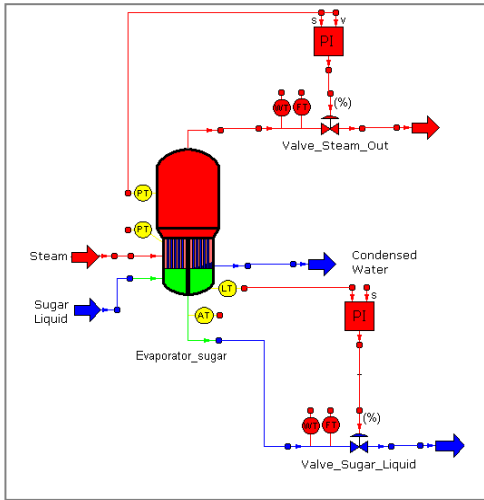


Figura 1: Diagrama de evaporador en estudio

3 MODELO DEL PROCESO

3.1 Modelo No Lineal

El modelo del proceso se obtiene considerando supuestos:

- En el evaporador existe mezcla perfecta
- En la cámara de concentración el vapor y la solución están en equilibrio
- Se desprecian los condensados
- No hay acumulación de calor en la pared de los tubos
- No se consideran las pérdidas de calor al ambiente.

De esta forma se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales para los balances de masa y sólidos en las cuales los subíndices i y o se refieren a la entrada y salida del evaporador respectivamente.

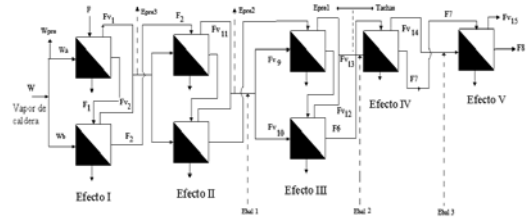


Figura 2: Diagrama de evaporador industrial

$$\frac{dm}{dt} = F_i - F_o - E \quad (1)$$

$$M \frac{dC_o}{dt} = F_i (C_i - C_o) + E \cdot C_o \quad (2)$$

Y el balance de energía es

$$M \frac{dH}{dT} = F_i \cdot H_i - F_o H_o - E \cdot H_v - (F_i - F_o - E) H_o + Q \quad (3)$$

Y el balance en la cámara de vapor

$$\frac{dm_v}{dt} = E - F_{v_o} \quad (5)$$

$$K_p \frac{dp}{dt} = \left(\frac{m_{\text{evap}} \cdot R \cdot (T + 273.15)}{v_{\text{evap}} \cdot PM_{\text{vap_agua}} (1 \exp^{-3})} \right) \exp^{-5} - P_{\text{evap}} \quad (6)$$

El modelo reducido (lineal de segundo orden), obtenido a partir de un análisis de reducción de modos (Matemática 5.2) adecuado para control, considera, que el nivel permanece constante. La tabla 1 resume la nomenclatura del modelo. Se uso además correlaciones algebraicas empíricas para las propiedades termofísicas del jarabe de azúcar (densidad, entalpía, y otros, determinados en CTA, Universidad de Valladolid)

TABLA 1: Nomenclatura usada en modelo fenomenológico de evaporador

Nomenclatura	
H	Entalpía del jarabe de azúcar, [KJ/Kg]
H _i	Entalpía del jugo de alimentación, [KJ/Kg °C]
H _o	Entalpía del jarabe del evaporador, [KJ/Kg °C]
H _v	Entalpía del vapor, [KJ/Kg °C]
Q	Calor intercambiado, [KJ/Kg °C]
U	Coefficiente de Transferencia de Calor [KJ/Kg °C]
A	Superficie de transferencia de calor, [m ²]
T	Temperatura del jarabe, [°C]
T _i	Temperatura del jugo de alimentación, [°C]

Posteriormente el modelo no lineal se simuló y validó cualitativamente y cuantitativamente.

Se determinó que la variable de control es la presión de vahos por su significativa influencia en la salida, a su vez se consideró como estados medidos, la temperatura y concentración de salida del evaporador. La variable de salida o controlada es la concentración de salida del evaporador.

A su vez, el sistema experimenta muchas perturbaciones de las cuales, la principal corresponde a la variación de la presión de vapor de alimentación.

Se linealiza el modelo continuo, obteniéndose un modelo de segundo orden en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{T} \\ \dot{C}_s \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} T \\ C_s \end{bmatrix} + B [P_{\text{vahos}}] + f \quad (7)$$

$$C_s = C \begin{bmatrix} T \\ C_s \end{bmatrix} \quad (8)$$

Los parámetros de las matrices (A, B, C, f) del modelo lineal continuo en formato de espacio de estado se determinaron por identificación fuera de línea, a partir del modelo de simulación.

3.2 Tamaño del paso de control

Los controladores sintetizados son un conjunto poliédrico y las acciones de control realimentado, son funciones del tipo:

$$U(k) = F_i^k x(k) + G_i^r \quad (9)$$

Donde r es la región politópica activa del conjunto poliédrico. La dinámica activa en nuestro caso será constante. La función de costo asociado a la variable de salida de nuestro controlador es:

$$J = C_s^T(k) A_i^r C_s(k) + B_i^r C_s(k) + Y_i^r \quad (10)$$

Las matrices F_i^r , G_i^r , A_i^r , B_i^r , C_i^r son un conjunto de politopos, el algoritmo se ejecuta en la partición poliédrica correspondiente, debido a que la función objetivo es PWA sobre dicho conjunto poliédrico y se puede encontrar los estados, el algoritmo asegura estabilidad.

3.2 Modelo Lineal

En primer lugar, el modelo se discretizó para un tiempo de muestreo de 60 s. El PWA resultante se describe por las ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \Gamma [u(k)] + \Theta \quad (11)$$

Y la salida

$$y = C \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Donde:

x_1 = es el estado medido, Temperatura (°C)

x_2 = es estado medido, Concentración en (kg/kg)

y = es la salida medida, Concentración en (kg/kg)

u es la variable de control, Presión de vahos de salida del evaporador (bar)

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = B(z^{-1})\Delta u(t-d), \quad (13)$$

en el que $y(t)$ es la concentración de salida del evaporador, $u(t)$ la presión de vahos de control. En este modelo, $d=1$ y los polinomios A y B están dados para todo el espacio de parámetros por:

$$A(z^{-1}) = 1 - 0.8681z^{-1} + 0.5934z^{-2} \quad (14)$$

$$B(z^{-1}) = 0.0612 + 0.0018z^{-1} - 0.0171z^{-2} \quad (15)$$

4 RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El simulador del evaporador se programó originalmente en lenguaje EcosimPro, pero también está adaptado a ambiente Simulink - Matlab por medio de archivos MEX. Una simulación para todo el espacio de parámetros se muestra en la figura 3.

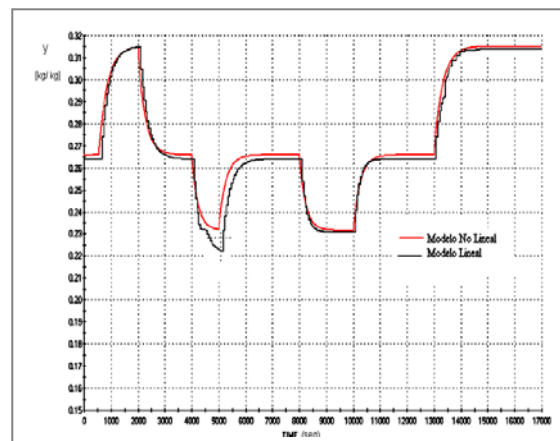


Figura 3: Ajuste del modelo lineal desarrollado para el proceso en todo el espacio de parámetros.

5 DESARROLLO DEL CONTROLADOR

5.1 Síntesis del Controlador

El controlador se desarrollo inicialmente para todo el espacio de parámetros, pero su complejidad era elevada, por lo que se redujo solo a un subespacio (figura 4), para el que se considera diversos factores que se detallan a continuación:

Tiempo de muestreo: Se escogió, considerando que el sistema tiene un tiempo de respuesta de más de 1 hora, entonces se considera apropiado un tiempo de muestro de 60 s. para los estados medidos.

Cabe señalar que tiempos de muestreo pequeños incrementan la precisión del controlador, pero también aumentan su complejidad.

Optimalidad: El nivel de optimalidad puede ser optimo o subóptimo. En el caso de controladores óptimos, no se puede utilizar norma 2 (criterio cuadrático) para resolver el controlador. El resultado es válido para un horizonte infinito de tiempo. Para el caso subóptimo se dispone de 2 tipos de controladores; controlador de tiempo mínimo, o de baja complejidad.

Es necesario señalar que el número de controladores locales es igual al número de regiones que se haya sintetizado, lo que también define complejidad.

5.2 Espacio de parámetros

El espacio de parámetros se define para cuatro zonas de operación, establecidas a partir del control óptimo obtenido previamente para todo el espacio de parámetros, que posee 222 regiones de control. El subespacio de nuestro interés, define a su vez, cuatro politopos (poliedros acotados). Estas cuatro zonas de operación consiguen un ahorro energético y satisfacen límites de seguridad.

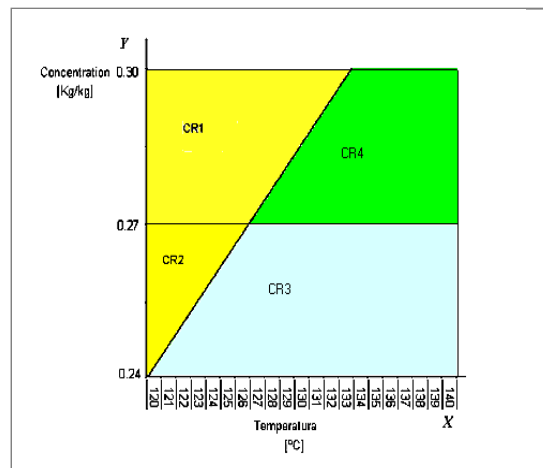
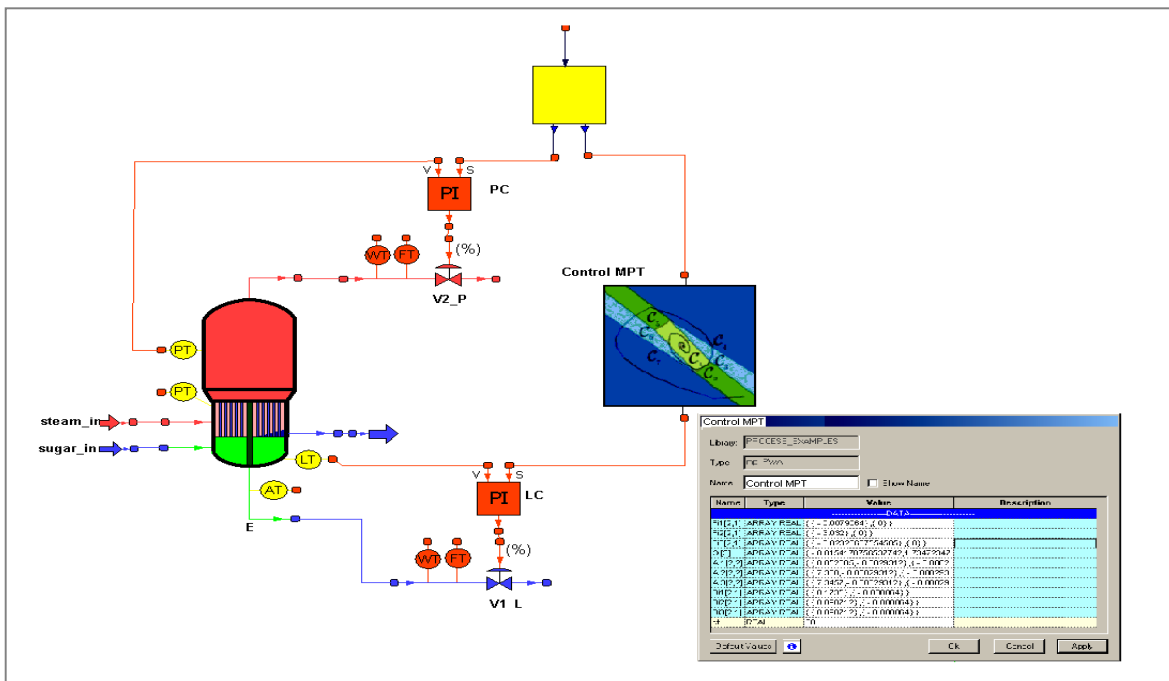


Figura 4: Partición poliédrica del espacio parámetros



En MPT subespacio κ de parámetros se define por desigualdades matriciales lineales. Para esta aplicación el espacio κ es definido $\cup_{i=1}^4 CR_i$, estas regiones se describen como desigualdades lineales y sobre cada una de estas regiones se tiene un subproblema dinámico que puede ser resuelto por programación lineal multiparamétrica.

A continuación se definen cada una de las regiones:

$$CR_1 = \{y \geq 0.27; y \leq 0.30; x \geq 120; x \leq 140; y \geq mx + b\}$$

$$CR_2 = \{y \geq 0.24; y \leq 0.27; x \geq 120; x \leq 140; y \geq mx + b\}$$

$$CR_3 = \{y \geq 0.24; y \leq 0.27; x \geq 120; x \leq 140; y \leq mx + b\}$$

$$CR_4 = \{y \geq 0.27; y \leq 0.30; x \geq 120; x \leq 140; y \leq mx + b\}$$

Cada conjunto de desigualdades define un politopo Tal que:

$$H \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \leq K \quad (16)$$

Por ejemplo para CR_1 :

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ m & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.27 \\ 0.30 \\ 140 \\ -120 \\ b \end{bmatrix} \quad (17)$$

5.3 Método de control usado

Para el desarrollo del controlador se asume que el sistema es un sistema LTI, donde los estados y la entrada forman conjuntos poliédricos que contienen el origen en su interior. El control Óptimo de Horizonte Finito (CFTOC) es equivalente a resolver series de tiempo finito:

$$J_N^*(x(0)) = \min_{u(0), \dots, u(N-1)} \|Q_f x_N\| + \sum_{k=0}^{N-1} (\|R u_k\| + \|Q x_k\|)$$

Sujeto a las restricciones:

$$x_k \in X, \forall k \in \{1, 2, \dots, N\}$$

$$x_N \in \text{al conjunto } X$$

$$x_0 = x(0), x_{k+1} = \Phi x_k + \Gamma u_k$$

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, N-1\}$$

$$Q = Q' \geq 0, Q_f = Q_f' \geq 0, R = R' \succ 0$$

$$R_{\text{go}}(Q) = n$$

$$R_{\text{go}}(R) = m$$

$$\in \text{al conjunto } X$$

En este caso se considera $l=2$ y el estado final debe conseguir estabilidad [8].

5.3 Software usado para el control

El diseño del controlador se realizó usando el toolbox MPT [4] y a partir de este se desarrollo una librería de programación multiparamétrica apropiada para EcosimPro, a la que se debe dar la descripción del sistema y la estructura del controlador, donde se define la norma que debe ser usada, la referencia, nivel de optimalidad (óptimo ó subóptimo), tamaño del paso de integración, así como la longitud del horizonte de predicción y control. En la librería además se puede seleccionar el tipo de controlador. El controlador desarrollado en EcosimPro, se puede ver en la figura 5, donde aparece tabulados los valores de las matrices F y G para cada zona del controlador.

Tipos de controladores: El principal aspecto a considerar es su complejidad. En muchos casos, una solución no óptima satisface los objetivos de control. Se tiene cuatro principales controladores disponibles que otorgan una solución subóptima (óptima en determinados casos):

Control óptimo de tiempo infinito (CITOC). Cubre el mayor espacio de estado controlable y garantiza estabilidad asintótica y satisfacción de restricciones. Por su complejidad puede resultar prohibitivo [2].

Control óptimo de tiempo finito (CFTOC). Utiliza horizonte de tiempo finito y un conjunto terminal para garantizar estabilidad [4].

Control de Tiempo Mínimo (MTC). Esta clase de controladores es para casos en que se privilegia la rapidez del controlador. Esta clase de controladores cubre todos los estados controlables y garantiza estabilidad asintótica y satisfacción de restricciones tal como el control de tiempo infinito.

Controlador de baja complejidad (LCC). En este caso el horizonte de predicción es 1 y se consigue una eficiencia semejante al controlador anterior.

5.4 Parámetros del controlador

TABLA 2: Parámetros del controlador

N regiones	N	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄
4	6	3.1	3.3	4.25	3.076

Se considero óptimo un horizonte de 6 para las 4 regiones de control ya que se obtiene los menores valores de cada función objetivo (tabla 2).

Se considero a su vez que se tendría horizonte de predicción igual al de control.

A partir de los parámetros considerados, se realiza simulaciones del controlador.

Primero se considero alcanzar la referencia dentro de una zona de operación, partiendo de un valor inicial de 0.25 [kg/kg] , lo que es conseguido eficientemente (figura 6).

Luego se considera un cambio de zona de operación para alcanzar otra referencia, esto debió programarse con una variable discreta para el cambio de zona y ley de control, pero el control es eficiente en alcanzar la nueva referencia de 0.27 (figura 7).

Finalmente se introduce una perturbación de 25%, mediante el incremento en 25% de la presión de vapor de alimentación que pasa de 3.1 bar a 4 bar , se obtiene un rechazo de perturbaciones que compensa el valor mediante la caída de la presión de vahos de salida hasta alcanzar la referencia de concentración deseada (figura 8)

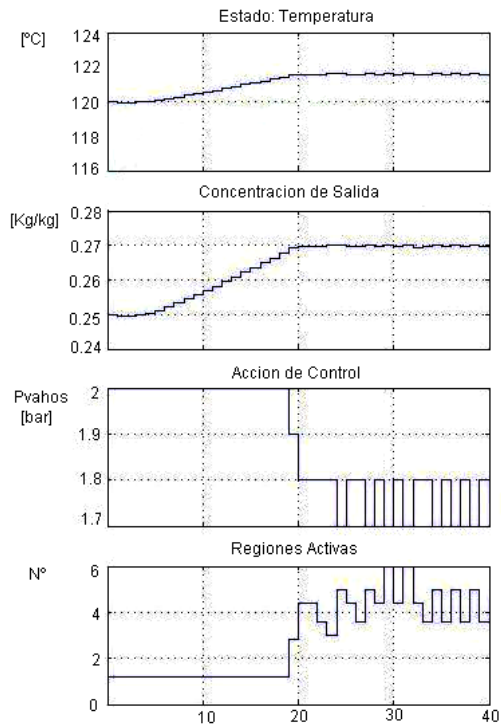


Figura 7: Control con cambio de zona de operación

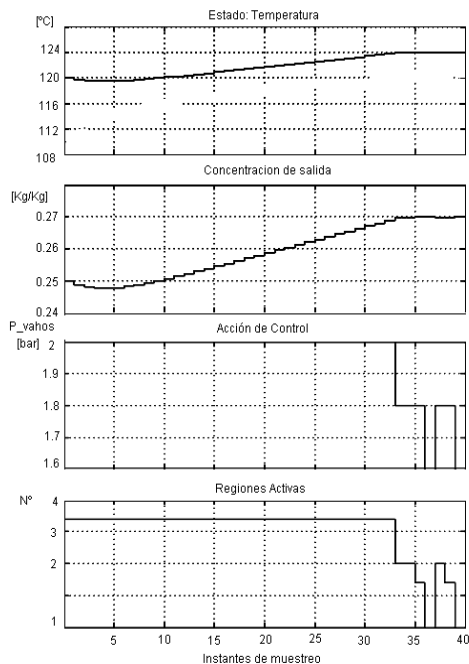


Figura 6: Control multiparamétrico explícito en una zona de operación

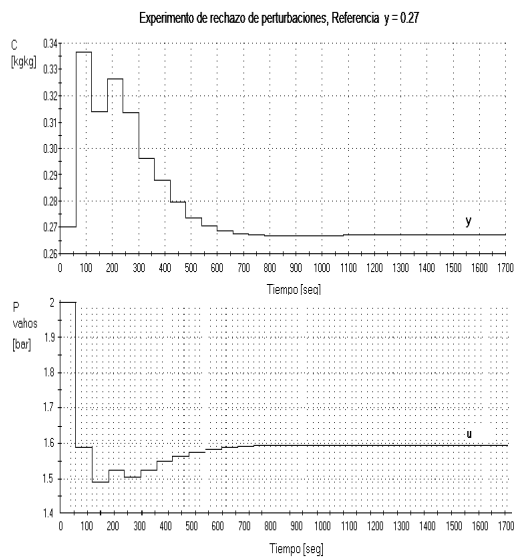


Figura 8: Rechazo de perturbaciones. Respuesta a un cambio en la presión de vapor de alimentación de $3.1 \text{ a } 4 \text{ [bar]}$

CONCLUSIONES

Se desarrollo un controlador predictivo explícito para un modelo de simulación de un evaporador usado en la industria azucarera, usando control CFTOC con garantía de estabilidad. Se asocio a cada región de control, una variable discreta y se resolvió el problema de control híbrido de transición entre cada una de estas regiones.

Para el controlador desarrollado se evaluó los parámetros de sintonización, eficiencia, complejidad computacional y rechazo de perturbaciones.

En los parámetros de sintonización se confirma que para tiempos de muestreo grandes se requiere horizontes de predicción también muy grandes, se considero apropiado un horizonte de predicción de 6 para un intervalo de 15 segundos, lográndose una complejidad pequeña que se traduce en un instantáneo período de simulación.

Para efectos de rechazo de perturbaciones el control desarrollado es apropiado hasta en muy desfavorables condiciones como es el aumento repentino de la presión de vapor de alimentación en 25%, el control logra la referencia en un tiempo apropiado y sin gran dificultad en la señal de control (presión de vahos de salida).

El control predictivo explícito, resuelto con programación multiparamétrica da garantía de estabilidad, lo que se comprueba a partir de funcionalidad incorporada en MPT (Matlab).

La incorporación de una variable discreta en el modelo, incrementa la complejidad pero no significativamente y puede ser resuelto con eficiencia y para un mayor rango de operación.

El control predictivo explícito desarrollado es apropiado para ser implementado a nivel industrial en un evaporador de acuerdo a las evaluaciones realizadas.

El proceso analizado es de un tiempo de respuesta largo (aproximadamente 1 hora), sin embargo, se evaluó en los peores casos para conseguir una complejidad computacional mínima con mínimos requerimientos de procesamiento y memoria lo que permite pronosticar buen comportamiento en procesos con tiempos de respuesta inferiores.

REFERENCIAS

- [1] A. Bemporad and M. Morari, *Control of systems. Integrating logic, dynamics, and constraints. Automatica*, 35:407-427, 1999.
- [2] A. Bemporad, M. Morari, and E. N. Pistikopoulos, *The explicit solution of model predictive control via multiparametric quadratic programming*. In Proc. American Control Conference, Chicago, pp. 872-876, 2000.
- [3] F. Borrelli. *Discrete Time Constrained Optimal Control. PhD thesis*, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, 2002.
- [4] F. Borrelli, *Constrained Optimal Control of Linear and Hybrid Systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [5] E. F. Camacho and C. Bordons, *Control predictivo: pasado, presente y futuro*. RIAI: Revista Iberoamericana de Automática e Informática 1(3) 5-28, 2004.
- [6] E. F. Camacho, C. Bordons, *Model Predictive Control*. Springer-Verlag, 2004.
- [7] M. Kvasnica, P. Grieder, M. Baotic, and M. Morari. *Multi parametric toolbox (MPT)*. In *Hybrid Systems: Computation and Control*, volume 2993 of Lecture Notes in Computer Science, pages 448-462, Philadelphia, Pennsylvania, USA, March 2004. Springer Verlag. <http://control.ee.ethz.ch/~mpt>.
- [8] D.Q. Mayne, J.B. Rawlings, C.V. Rao, and P.O.M Sokaert. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36(6): 789-814, June 2000.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el Programa Alfa "Process and System Engineering". El primer autor agradece el respaldo del Dpto. de Sistemas y Automatica de la Universidad de Valladolid.