

C14

## ANALISIS DE FENOMENOS CAOTICOS MEDIANTE ECOSIMPRO

Rafael Calero Gómez  
p42cago@uco.es

Francisco Vázquez Serrano  
fvazquez@uco.es

Antonio Blanca Pancorbo  
falblpaa@uco.es

Universidad de Córdoba.  
Campus de Rabanales. 14014 Córdoba

### Resumen

*En este trabajo se utiliza ecosimpro para modular un sistema dinámico no lineal que por sus características requiere la simulación como principal herramienta para su tratamiento. En estos sistemas no lineales resultan especialmente interesantes los comportamientos caóticos ya que son este tipo de órbitas las que presentan más interés desde el punto de vista de su aplicación al campo de las comunicaciones con encriptación. El circuito eléctrico utilizado es el circuito de Chua que es un circuito RLC que utiliza una resistencia no lineal o diodo de Chua como elemento caotizador. Se han simulado los distintos circuitos de Chua, así como la sincronización de dos circuitos de Chua, trabajando uno como codificador de la señal y otro como decodificador.*

**Palabras Clave:** Teoría del Caos, Dinámica no lineal, Diodo de Chua.

## 1 INTRODUCCION

Muchos sistemas no lineales son modelos matemáticos de sistemas físicos que son muy difíciles de analizar: sistemas muy inestables, o de comportamiento muy complejo. El modelo matemático suele ser muy complicado, a veces imposible de resolver de forma exacta, de ahí que se requiera la simulación como herramienta fundamental. El estudio de estos sistemas se realiza mediante un nuevo campo llamado teoría del caos.

Un sistema simple pero que puede describir una gran variedad de comportamientos caóticos es el diodo de Chua, que es una resistencia no lineal con una característica tensión corriente (VR-IR), definida a intervalos, cada uno de los cuales tiene a su vez un comportamiento lineal

## 2 EL DIODO DE CHUA

### 2.1 CARACTERISTICA

La ecuación característica (VR-IR) de un diodo de Chua viene dada por la ecuación siguiente:

$$IR = G_b \cdot VR + 0.5(G_a - G_b) (|VR + B_p| - |VR - B_p|) \quad (1)$$

donde  $G_a$  y  $G_b$  representan las pendientes de las rectas y  $+B_p$  y  $-B_p$  los puntos de ruptura.

El código en Ecosim para modelar este dispositivo es:

```
COMPONENT CHUA IS_A DosPines
DATA
  REAL Bp=1.08
  REAL Ga=0.758e-3
  REAL Gb=0.409e-3
DECLS
  REAL VR
  REAL IR
CONTINUOUS
  VR=e_p.v
  IR=e_p.i
  IR=Gb*VR+0.5*(Ga-Gb)*(abs(VR+Bp)-abs(VR-Bp))
END COMPONENT
```

Así puede ser representada esta ecuación en la figura 1:

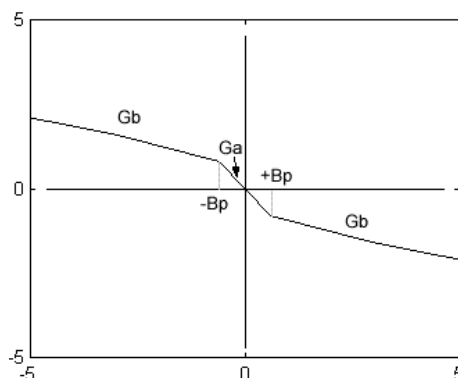


Figura 1: Característica VR-IR

### 2.2. CIRCUITOS ELECTRICOS BASADOS EN EL DIODO DE CHUA

El funcionamiento general de los circuitos electrónicos basados en el diodo de Chua es sencillo. Se basa en la variación de una tensión entre los extremos de éste elemento, que se transforma en una corriente que variará según sea la tensión aplicada. Para que esta tensión sea variable es necesario o bien que exista un generador de corriente alterna en el circuito ( circuitos no autónomos) o que la variación la haga un oscilador ( circuito autónomo).

Los circuitos más importantes son:

- Circuito de Chua-Lakshmanan-Murali ( no autónomo de segundo orden)
- Circuito no autónomo ( de tercer orden)
- Circuito no autónomo ( de cuarto orden)
- Circuito autónomo

Dependiendo de los parámetros de estos circuitos, el comportamiento de las variables del sistema tendrá una respuesta u otra, estableciéndose así unas órbitas estables o inestables. La elección del valor de estos parámetros ha de hacerse de forma que el sistema sea estable y oscilatorio.

**2.2.1. Circuito no Autónomo de 2º Orden**

Es el circuito más elemental no autónomo. Está formado por una asociación serie RLC, trabajamos con un generador de corriente alterna a 8890 Hz. y una amplitud variable entre 0 y 0.7 Voltios, como muestra la figura 2.

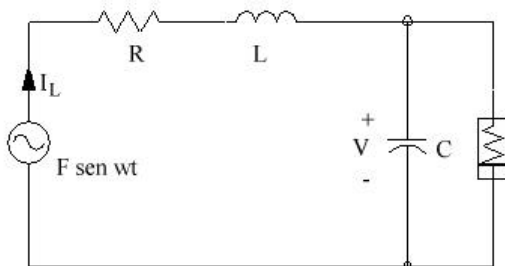


Figura 2. Circuito no autónomo de 2º Orden

Los parámetros de este circuito son:

- R resistencia de 1340 Ω
- C condensador de 10 nF
- L inductancia de 18 mH

Y las ecuaciones que rigen el comportamiento del circuito :

$$C \frac{dV}{dt} = I_L - f(V) \tag{2}$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = -R \cdot I_L - V + F \text{sen} \omega t$$

donde f(V) representa la ecuación 1.

**2.2.2. Circuito no Autónomo de 3º Orden**

El circuito es el siguiente dado por la figura 3:

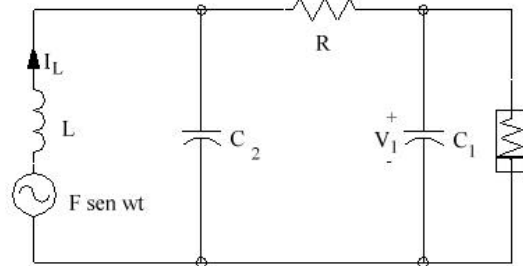


Figura 3 .Circuito no autónomo (tercer orden)

Es un circuito algo más complejo que el anterior, por presentar una rama más. Ahora las nuevas ecuaciones son:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dV_1}{dt} &= \frac{(V_2 - V_1)}{R} - f(V_1) \\ C_2 \frac{dV_2}{dt} &= \frac{(V_1 - V_2)}{R} + I_L \\ L \frac{dI_L}{dt} &= -V_2 + F \text{sen} \omega t \end{aligned} \tag{3}$$

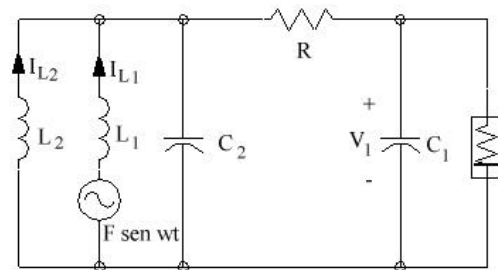
Y los parámetros:

- R resistencia de R 1670 Ω
- L inductancia de 18.75mH
- C1 condensador de 14.3nF
- C2 condensador de 100nF

El comportamiento caótico se consigue mediante la variación del valor de la amplitud de la tensión entre 0 y 0.15 Voltios a una frecuencia de 2860 Hz.

**2.2.3. Circuito no Autónomo de 4º Orden**

El circuito ahora tiene una nueva rama más con una



inductancia en paralelo, como se ve en la figura 4. Figura 4.Circuito no autónomo (cuarto orden)

Ahora las nuevas ecuaciones son:

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dV_1}{dt} &= \frac{(V_2 - V_1)}{R} - f(V_1) \\
 C_2 \frac{dV_2}{dt} &= \frac{(V_1 - V_2)}{R} + I_{L2} - I_{L1} \\
 L_1 \frac{dI_{L1}}{dt} &= V_2 - f_{sen}\omega t \\
 L_2 \frac{dI_{L2}}{dt} &= -V_2
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Y los parámetros:

- R resistencia de  $1670 \Omega$
- L1 inductancia de  $13\text{mH}$
- L2 inductancia de  $80\text{mH}$
- C1 condensador de  $14.3\text{nF}$
- C2 condensador de  $100\text{nF}$

### 2.2.4. Circuito Autónomo.

El circuito es el siguiente.

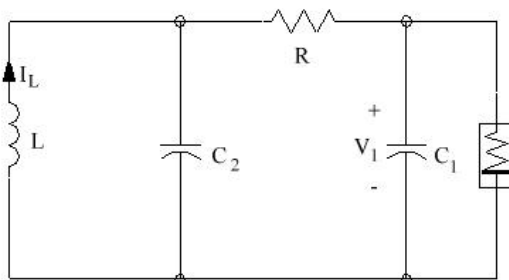


Figura 5. Circuito Autónomo

La red RLC formada por resistencia, inductancia y condensadores configura el oscilador, que dependiendo del valor que tome la resistencia oscilará con una amplitud u otra.

Los parámetros son :

- L inductancia de  $18 \text{ mH}$
- C1 condensador de  $10 \text{ nF}$
- C2 condensador de  $100 \text{ nF}$

Las ecuaciones dinámicas en variables de estado del sistema son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 C_1 \frac{dV_1}{dt} &= \frac{(V_2 - V_1)}{R} - f(V_1) \\
 C_2 \frac{dV_2}{dt} &= \frac{(V_1 - V_2)}{R} + I_L \\
 L \frac{dI_L}{dt} &= -V_2
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

En este circuito la estabilidad viene dada por la variación del valor de la resistencia entre  $2.1\text{K}\Omega$  y  $1.5\text{K}\Omega$ .

## 3. SIMULACIONES DE LOS CIRCUITOS

### 3.1. RESULTADOS EN SIMULINK DE LAS SIMULACIONES.

En Simulink pueden realizarse las simulaciones de estos circuitos utilizando variables de estado y realimentando con el modelo de diodo Chua, como representa la figura 6.

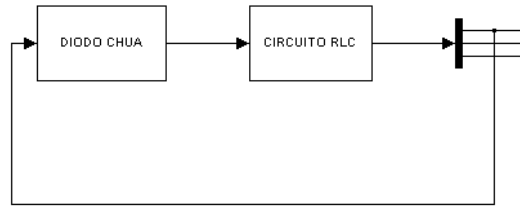


Figura 6. Modelo de simulación en Simulink

Para determinados valores de los parámetros el comportamiento del sistema viene representado en el espacio de estados por medio de atractores caóticos indicando un comportamiento irregular e impredecible del sistema.

El resultado en Simulink de la simulación para el circuito autónomo con un valor de la resistencia de  $1870 \Omega$  representando la tensión en el condensador 1 frente a la tensión en el condensador 2 es la siguiente.

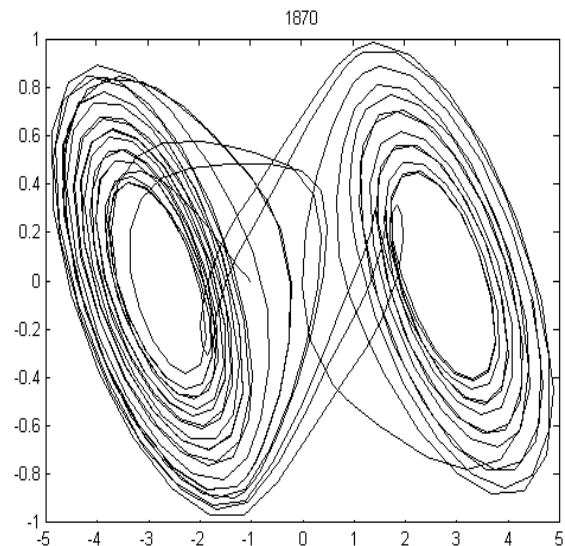


Figura 7. Simulación en Simulink

Los principales inconvenientes de este lenguaje de simulación son los siguientes:

- No es un diseño modular, por tanto la variación de alguna ecuación implica variar todo el modelo.
- No es un código reutilizable para ser utilizado en otras simulaciones.

- No se permite la variación dinámica de parámetros durante la simulación.

### 3.2. RESULTADOS CON ECOSIM DE LAS SIMULACIONES.

Con Ecosim y gracias a la programación orientada a objetos las simulaciones son mucho más simples, ya que tan sólo es necesario modelar cada uno de los componentes eléctricos por separado, el diodo de Chua y unirlos para obtener los distintos circuitos. Además es posible en la simulación en monitor variar dinámicamente los parámetros y observar en tiempo real la variación de las orbitas ante estos parámetros.

Rodando la simulación del circuito autónomo con los mismos parámetros del apartado anterior se obtiene.

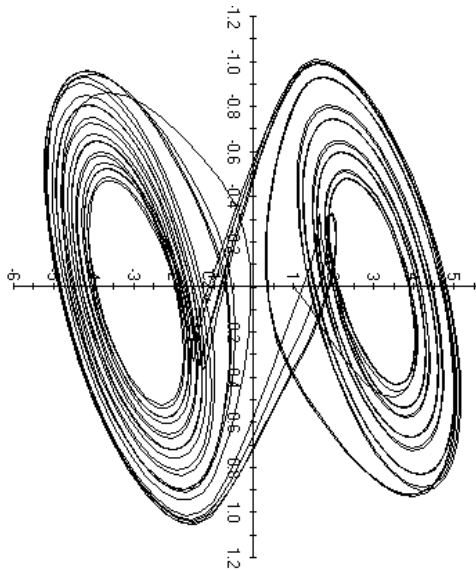


Figura 8. Simulación en Ecosim

### 4. SIMULACION DE UNA TRANSMISION EN ECOSIM

Una gran utilidad de estos circuitos es producir una señal caótica para la transmisión segura de la información.

En estas simulaciones se ha utilizado la técnica de enmascaramiento de la señal que no es más que la suma de la señal de la portadora de la información con la caótica y su posterior separación utilizando una copia exacta del caotizador.

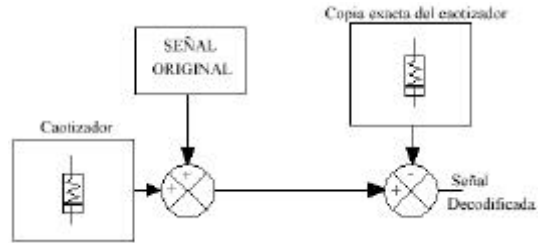


Figura 9: Modelo de transmisión de la señal

El modelo de caotizador en Ecosim es:

```

COMPONENT caotizador IS_A DosPines
TOPOLOGY
Resistencia R(R=1870)
condensador C1(C=10e-9)
inductancia L(L=18e-3)
condensador C2(C=100e-9)
masa GND
CHUA D(Bp=1.08,Ga=-0.758e-3,Gb=-0.41e-3)

CONNECT L.e_p TO C2.e_p,R.e_p
CONNECT GND.e TO C2.e_n,D.e_n,C1.e_n,L.e_n,e_n
CONNECT R.e_n TO C1.e_p,D.e_p,e_p
END COMPONENT
    
```

### 4.1. TRASMISION DE UNA SEÑAL SENOIDAL

Si se transmite una señal senoidal de 4 voltios de amplitud y 1000 hertzios de frecuencia como la de la figura 10.

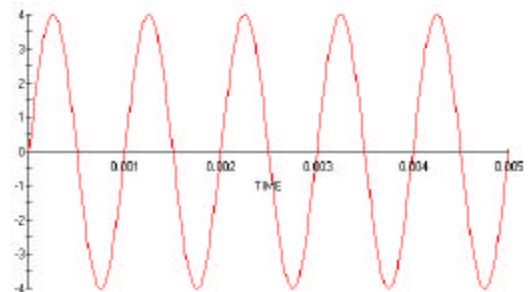


Figura 10: Señal original

La señal sumada a esta es la originada por el caotizador.

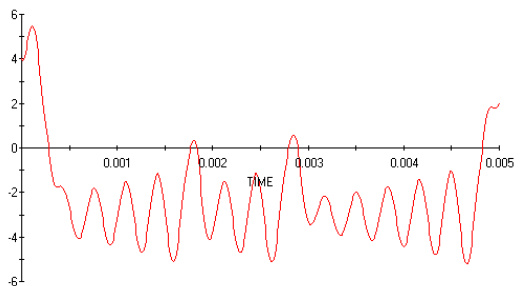


Figura 11: Señal proveniente del caotizador

El resultado de la suma de estas señales es.

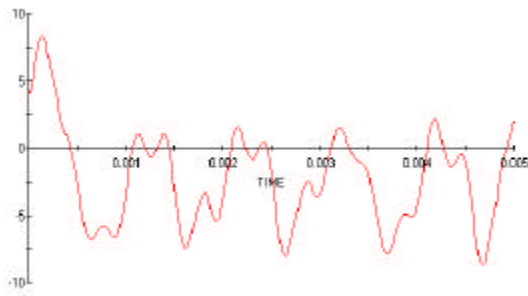


Figura 12: Señal Transmitida

Como se puede observar la señal transmitida no tiene nada que ver con la original.

Ahora tan sólo hace falta decodificar esta señal para lo cual se utiliza una copia exacta del caotizador. Si se restan la señal transmitida a la caotizadora del decodificador se obtiene de nuevo la señal original.

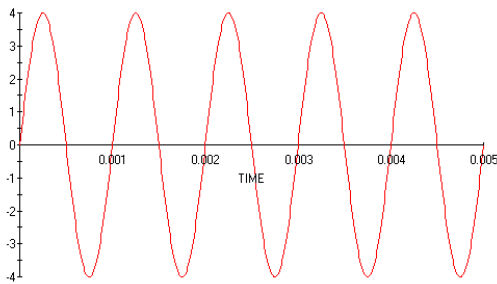


Figura 13: Señal decodificada

#### 4.1.1. Sensibilidad ante perturbaciones.

No obstante este método de transmisión es muy sensible a variaciones en los parámetros como se observa en la siguiente figura, en la cual se ha producido una variación de  $1 \Omega$  en la resistencia variable del decodificador, lo que hace que la señal decodificada se parezca a la original en sólo unos pocos periodos.

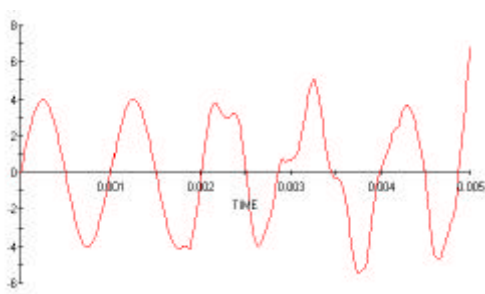


Figura 14: Señal decodificada erróneamente

## 4.2. TRANSMISION DE UNA SEÑAL SENOIDAL MODULADA EN FRECUENCIA

La señal a transmitir es ahora la siguiente:

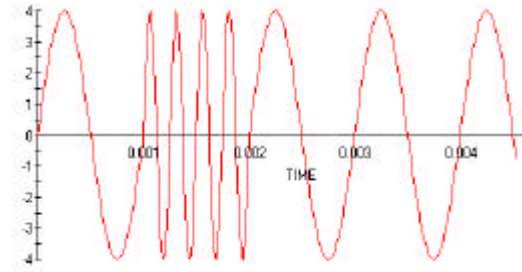


Figura 15: Señal modulada en frecuencia

De nuevo se transmite una señal totalmente distinta de la original

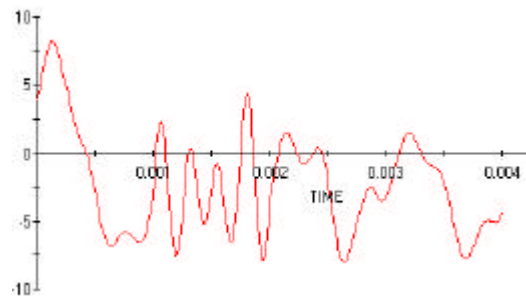


Figura 16: Señal codificada modulada en frecuencia

#### 4.2.1. Sensibilidad ante perturbaciones.

Haciendo de nuevo la misma variación en el decodificador vuelve a observarse una similitud tan sólo en los primeros periodos.

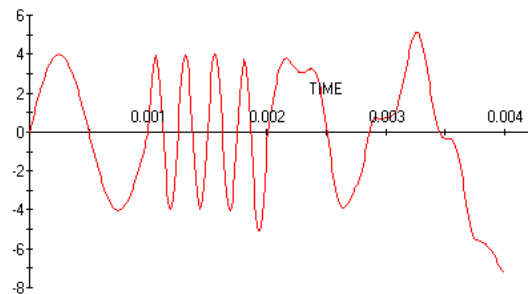


Figura 17: Señal modulada decodificada con error

### 4.3. TRANSMISION DE UNA SEÑAL SENOIDAL MODULADA EN AMPLITUD

La modulación es la siguiente:

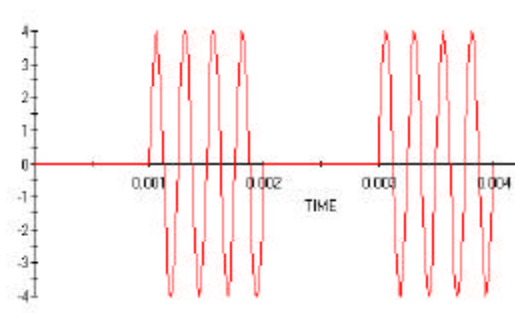


Figura 18: Señal modulada en amplitud

De nuevo la señal enviada difiere de la original

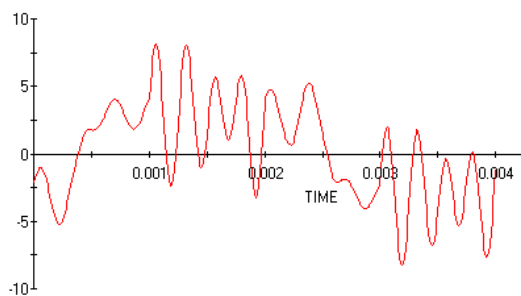


Figura 19: Señal codificada modulada en amplitud

#### 4.3.1. Sensibilidad ante perturbaciones

Las perturbaciones tienen también efectos perjudiciales siendo necesario gran precisión en los circuitos.

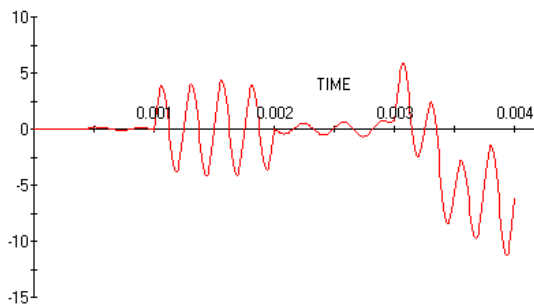


Figura 20: Señal modulada en amplitud decodificada erróneamente

## 5. CONCLUSIONES

Como conclusión principal puede extraerse la facilidad de simular este tipo de circuitos de difícil tratamiento en otros lenguajes de simulación. Ello es debido principalmente a:

- La modularidad permite la creación de nuevos componente y su posterior reutilización.

- La posibilidad de representar en plano de fases los circuitos es una ayuda especialmente útil en estos circuitos.
- La variación dinámica de parámetros permite observar el cambio de órbitas de forma automática.
- Una vez construidos y analizados los circuitos más simples, es posible utilizarlos dentro de sistemas mayores, y modelarlos junto con otro tipo de circuitos no eléctricos.

## Referencias

- [1] Deregél P., "Chua's Circuit: A paradigm for Chaos", Ed. R.N.Madam
- [2] Grebogi C., Lai Ying-Cheng, "Chaos: Control and communication", SPIE Vol 2792, pp 15-29
- [3] Kennedy M.P., "Experimental chaos from autonomous electronic circuits", Phil Trans.R.Soc.Lond.353, pp13-32
- [4] Leomov G.A., Chua L.O. "Global stability and instability of canonical Chua's circuits", pp 725-739. World Scientific
- [5] Madan R.N., Wu C.W., "Introduction to experimental chaos using Chua's circuit", pp 53-89. World Scientific
- [6] Rossetto B., "Chua's circuit as a slow-fast autonomous dynamical system", pp 711-724. World Scientific